INSTITUT FÜR INFORMATIK V
UNIVERSITÄT BONN

Römerstraße 164
53117 Bonn

Prof. Dr. Norbert Blum
Matthias Kretschmer

10. Dezember 2007

Informatik III
Algorithmen und Berechnungskomplexität I
WS 2007/08
Übungen – Blatt 8

Abgabe: 17.12.2007 bis 11Uhr vor HS D

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.** Sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ gegeben. Konstruieren Sie zu folgendem regulärem Ausdruck R einen NEA M, so dass $L(R) = L(M)$.

$$R = (a|b)^*ab|aa$$

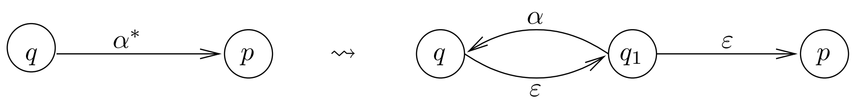
Konstruieren Sie aus M einen DEA M', so dass $L(M') = L(M)$.

Aufgabe 2 (20 Punkte)**.** Sei $\alpha \neq \emptyset$ ein regulärer Ausdruck. Konstruieren Sie einen zu α äquivalenten Ausdruck α', der nicht $\emptyset$ als Unterausdruck enthält.

Aufgabe 3 (20 Punkte)**.** Beweisen Sie die Korrektheit des Algorithmus RA $\rightsquigarrow$ NEA.

Aufgabe 4 (10 Punkte)**.** Betrachten Sie den Algorithmus RA $\rightsquigarrow$ NEA. Die einzige Regel, die zwei neue Zustände kreiert, ist die Regel (A). Können wir diese Regel durch folgende Regel (A') ersetzen?

(A')



Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (20 Punkte)**.** Vervollständigen Sie den Beweis, dass zu jedem NEA M_1 ein äquivalenter DEA M_2 existiert. Das heißt, zeigen Sie, dass $L(M_1) = L(M_2)$.

Aufgabe 6 (10 Punkte)**.** Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen für reguläre Ausdrücke r und s:

1. $(rs|r)^*r = r(sr|r)^*$
2. $s(rs|s)^*r = rr^*s(rr^*s)^*$
3. $(r|s)^* = r^*|s^*$

BITTE WENDEN!

Aufgabe 7 (40 Punkte)**.**

1. Sei L eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass die Sprache

   $$L^{\mathrm{P}} = \{x \mid \exists y \in \Sigma^* \text{ mit } xy \in L\}$$

   regulär ist.

2. Seien L eine reguläre Sprache, $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DEA, der L akzeptiert und $Q = \{q_0, \ldots, q_{k-1}\}$. Die Sprache L^{q_i} besteht aus genau den Wörtern $x \in \{0\}^*$, für die gilt, dass der DEA M nach $|x|$ Schritten von Zustand q_i in einen Endzustand übergehen kann. Formal ist L^{q_i} definiert durch

   $$L^{q_i} = \{x \in \{0\}^* \mid \exists y \in \Sigma^* : |x| = |y| \wedge \hat{\delta}(q_i, y) \in F\},$$

   wobei

   $$\hat{\delta}(q_i, y) = \begin{cases} q_i & \text{falls } y = \varepsilon \\ \hat{\delta}(\delta(q_i, y_1), y_2 \ldots y_n) & \text{falls } y = y_1 y_2 \ldots y_n \end{cases}.$$

   Zeigen Sie, dass die Sprache L^{q_i} regulär ist.

   Hinweis: Konstruieren Sie einen DEA M^{q_i}, der L^{q_i} akzeptiert.

3. Seien L eine reguläre Sprache und M ein DEA, der L akzeptiert. Zeigen Sie, dass die Sprache

   $$\frac{1}{2}(L) = \{x \mid \exists y \in \Sigma^* \text{ mit } |x| = |y| \wedge xy \in L\}$$

   regulär ist.

   Hinweis: Konstruieren Sie einen DEA $\frac{1}{2}(M)$, der $\frac{1}{2}(L)$ akzeptiert.

$\square$